

Нелинейные колебания прямоугольных пластин

Андрюкова В.Ю.

Коми Научный Центр УрО РАН, ул. Первомайская, 50,
г. Сыктывкар, 167982, Россия

e-mail: veran@list.ru

Исследованы нелинейные колебания прямоугольных пластин в рамках теории Кармана.

Уравнения колебаний имеют вид

$$\begin{cases} \frac{D}{h} \Delta \Delta w = -\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}, \\ \frac{1}{E} \Delta \Delta \varphi = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \end{cases} \quad (1)$$

где $w = w(x, y, t)$ - прогиб, $\varphi = \varphi(x, y, t)$ - функция напряжений, D - цилиндрическая жесткость пластины, E - модуль Юнга, ν - коэффициент Пуассона, h_0 - толщина пластины, $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$ - координаты точек срединной поверхности прямоугольной пластины. Если положить $\varphi = 0$, то получим линейное уравнение колебаний пластины. В этом случае колебания носят периодический характер, сохраняется полная энергия, и не происходит перераспределение энергии между модами собственных колебаний.

Предполагаем граничные условия шарнирного опирания и принимаем начальные условия $w(x, y, 0) = u(x, y)$, $\frac{dw(x, y, 0)}{dt} = v(x, y)$. Для конечномерной аппроксимации используется метод сеток [1]. Производные заменялись конечно-разностными отношениями. Рассмотрев подробно графики решений нелинейной задачи, отмечаем, что процесс колебаний носит почти периодический характер, а первоначальные колебания, пройдя ряд последовательных стадий, восстанавливаются в исходном положении с точностью до нескольких процентов. Учет нелинейных слагаемых приводит к, так называемому, «эффекту возврата», который впервые наблюдался в численном эксперименте, проведенном в 1952 году по предложению Ферми, Пасты и Улама.

Литература

1. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории упругих колебаний // М.: Издательство Машиностроение. 1967. 316 с.